

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum
TU Dortmund / Fachbereich Physik

Versuch 47

Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern

Ernesto Ruge & Dominik Duda *

1. Dezember 2008

*mail@ernestoruge.de, domi.duda@web.de,

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Die klassische Theorie der Molwärme	3
2.2	Das Einstein-Modell	3
2.3	Das Debye Modell	4
2.4	Exakte Beschreibung der Molwärme	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	7
4.1	Bestimmung der Molwärme	7
4.2	Berechnung der Debye-Temperatur aus den experimentell ermittelten Daten . .	10
4.3	Theoretische Bestimmung der Debye-Temperatur	12
5	Diskussion	12
6	Literaturverzeichnis	12
7	Anhang	12

1 Einleitung

Bei diesem Versuch soll die Molwärme einer Kupferprobe in Abhängigkeit der Temperatur bestimmt werden. Dabei werden im Theorieteil drei verschiedene Theorien zur Beschreibung der Molwärme aufgeführt.

Des Weiteren werden die materialspezifische Konstante Θ_D , die Debye-Temperatur, und die Debye-Frequenz ω_D nach dem Debye-Modell berechnet.

2 Theoretische Grundlagen

Im folgenden werden drei gängige Modelle zur Berechnung der Molwärme von Festkörper erläutert.

2.1 Die klassische Theorie der Molwärme

Das klassische Modell zur Berechnung der Molwärme von Festkörperen wird durch das sogenannte Äquipartitionstheorem der klassischen Physik begründet. Dieses besagt, dass ein im thermischen Gleichgewicht liegendes Atom bei der absoluten Temperatur T pro Bewegungsfreiheitsgrad eine mittlere kinetische Energie von $\frac{1}{2}k_B T$ besitzt. Ein Atom, welches innerhalb eines Festkörpers durch die Gitterkräfte an eine feste Ruhelage gebunden ist, kann demnach nur Schwingungen in drei aufeinander senkrecht stehende Richtungen um die Gleichgewichtslage ausführen.

Die mittlere kinetische Energie eines Festkörpers beträgt somit $\frac{3}{2}k_B T$ und addiert sich mit der mittleren potentiellen Energie, welche bei einer harmonischen Schwingung gleich dem kinetischen Anteil ist, zu einer gesamten inneren Energie

$$\langle u \rangle = 3k_B T$$

pro Atom innerhalb eines Festkörpers. Für ein Mol Atome ergibt sich somit ein Wert von

$$U = R \cdot T \quad ^2$$

Mit der inneren Energie lässt sich dann auch die spezifische Molwärme eines Stoffes bei konstantem Volumen bestimmen:

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = 3R$$

Wie man sieht liefert das klassische Modell für die Molwärme von Feststoffen einen stoff- und temperaturunabhängigen Wert (Dulong Petit'sches Gesetz), welcher für hinreichend hohe Temperaturen einen Grenzwert liefert.

Der größte Schwachpunkt des klassischen Ansatzes ist die Vernachlässigung der Schwingungsenergiequantelung der atomaren Oszillatoren.

2.2 Das Einstein-Modell

Beim Einstein-Modell wird angenommen, dass sämtliche Atome eines Festkörpers mit einer einheitlichen Kreisfrequenz ω um ihre Gleichgewichtslage schwingen, so dass nur Energieauf-

¹ $k_B = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ ist die sogenannte Boltzmann Konstante.

² $R = 8,314472 \frac{J}{molK}$ ist die allgemeine Gaskonstante.

bzw. Energieabnahme in Beträgen von ganzzahligen Vielfachen von $\hbar\omega$ möglich ist. Bei der Berechnung der mittleren inneren Energie U muss hierbei beachtet werden, dass das Auftreten bestimmter Energiezustände Boltzmannverteilt ist. Dabei ist diese Verteilung gegeben durch:

$$W(n) = e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}}$$

Sodann lässt sich die mittlere innere Energie zu

$$\langle u \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} < k_B T$$

berechnen, indem man die möglichen Energiezustände $n\hbar\omega$ mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten $W(n)$ multipliziert und diese für alle möglichen Zustände aufsummiert. Zum Schluss wurde noch mit der Summe der $W(n)$ normiert. Hierbei lässt sich dann für die spezifische Molwärme der Wert

$$C_V = 3R \frac{\hbar^2 \omega^2}{k_B^2 T^2} \cdot \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}}}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1\right)^2} \quad (2.1)$$

errechnen, der für hohe Temperaturen ($k_B T \gg \hbar\omega$) dem Grenzwert

$$\lim_{T \rightarrow \infty} C_V = 3R \quad (2.2)$$

entgegenstrebt.

Zwar beschreibt das Einstein-Modell die Abnahme der Molwärme für sinkende Temperaturen, jedoch ist die Annahme, dass nur Schwingungen mit gleicher Frequenz stattfinden eine relativ ungenau Näherung, wobei zwischen experimentellen Messwerten und der Einstein-Kurve gerade bei tiefen Temperaturen verhältnismäßig große Abweichungen auftreten.

2.3 Das Debye Modell

Zur besseren Approximation der Molwärme an die experimentellen Ergebnisse, berücksichtigt man bei dem Debye-Modell, dass die Atome nicht nur mit einer bestimmten Frequenz schwingen, sondern über ein bestimmtes Spektrum an Eigenfrequenzen verfügt, dessen Verteilungsdichte durch die Funktion

$$Z(\omega)d\omega = \frac{3L^3}{2\pi^2 v^3} \omega^2 d\omega \quad \text{oder} \quad Z(\omega)d\omega = \frac{L^3}{2\pi^2} \omega^2 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{1}{v_{tr}^3} \right) \quad (2.3)$$

angenähert werden kann, falls man zur Vereinfachung den Effekt der Dispersion (Wellenlängenabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit) vernachlässigt. Dabei wird die zweite Variante verwendet, falls die Phasengeschwindigkeiten v für transversale und longitudinale Schwingungen verschieden sind.

Die spektrale Verteilungsfunktion $Z(\omega)$ lässt sich dabei durch ein Abzählen der Eigenschwingungen im Frequenzintervall ω bis $\omega + d\omega$ innerhalb eines Würfels der Kantenlänge L berechnen. Hierbei wird also ein Modell erzeugt welches sich aus klassischen und quantenmechanischen Annahmen zusammensetzt.

Ein realer Kristall der aus N_L ³ Atomen besteht besitzt insgesamt $3 N_L$ Eigenschwingungen, so

³ $N_L = 2,686 \cdot 10^{25}$ Loschmidt Zahl

dass eine obere Grenzfrequenz ω_D , die Debye-Frequenz genannt wird, existiert. Diese Frequenz ist nun über

$$\omega_D^3 = \frac{6\pi^2 v^3 N_L}{L^3} \quad \text{oder} \quad \omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3} \frac{1}{\left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{1}{v_{tr}^3}\right)} \quad (2.4)$$

gegeben. Somit kann innerhalb des Debye-Modells die Molwärme zu

$$C_V = 9 R \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \quad (2.5)$$

berechnet werden, wobei man die folgenden Abkürzungen verwendet hat:

$$x := \frac{\hbar \omega}{k_B T} \quad \text{und} \quad \frac{\Theta_D}{T} := \frac{\hbar \omega_D}{k_B T}$$

Die Größe Θ_D wird dabei allgemein als Debye-Temperatur bezeichnet. Diese ist durch diverse Kristalleigenschaften gegeben und somit eine materialabhängige Größe. Die Molwärme C_V , welche eine Funktion in Abhängigkeit von $\frac{\Theta_D}{T}$ ist, stellt eine vom Festkörper unabhängige Größe dar, und zeigt für hohe Temperaturen das gleiche asymptotische Verhalten wie die Einstein-Funktion (siehe (2.2)).

Jedoch werden die experimentellen Befunde im Tieftemperatur Bereich von der Debye-Funktion besser beschrieben. Dort wird im Gegensatz zur Einstein-Theorie eine T^3 Abhängigkeit vorausgesagt, während die Einstein-Funktion einen exponentiellen Zusammenhang voraussagt.

2.4 Exakte Beschreibung der Molwärme

Die Molwärme von Feststoffen lässt sich erst dann exakt aufstellen, wenn man berücksichtigt, dass der Betrag der Phasengeschwindigkeit in Abhängigkeit zur Frequenz steht, und dass auch die Leitungselektronen einen Beitrag zur Molwärme bringen, welcher allerdings erst bei ganz tiefen Temperaturen berücksichtigt werden muss, da dann die Molwärme der Ionenrümpfe nicht mehr wesentlich größer als der Fermi-Dirac-Statistik ergibt sich für den Beitrag der Elektronen als der Beitrag der Elektronen ist. dabei eine T Proportionalität.

3 Durchführung

Zu Beginn des Versuches werden die einzelnen Messapparaturen, wie in Abb. 1 schematisch dargestellt ist, verkabelt. Nach diesem Vorgang wird der Rezipient mit einer Vakuumpumpe bis auf ca. $8 \cdot 10^{-1}$ torr evakuiert. Anschließend wird Helium in den Rezipienten gefüllt. Über das Helium, welches im thermischen Kontakt mit der Probe steht, wird der Wärmeaustausch realisiert.

Um die Probe zu kühlen wird anschließend flüssiger Stickstoff in das Dewargefäß gefüllt, wobei es mindestens 1 Stunde dauert bis sich sowohl Probe als auch Rezipientengehäuse auf die gewünschten ca. $80 K$ abkühlen.

Sind die gewünschten Temperaturen erreicht, wird das Rezipientengehäuse erneut bis auf $5 \cdot 10^{-2}$ torr evakuiert, so dass der thermische Kontakt zwischen Probe und der Umwelt nahezu unterbrochen ist (man will damit den Energieverlust durch Konvektion vermeiden).

Anschließend kann mit der Zufuhr von elektrischer Energie die Probe nach und nach beheizt werden, indem eine definierte Heizspannung an den Heizdraht angelegt wird bzw. indem man einen bekannten Heizstrom durch die Heizwicklung fließen lässt.

Pro Heizvorgang soll eine Temperaturerhöhung von 7 K bis 11 K erzielt werden, so dass man per Zeitschaltglied die Stromzufuhr nach einem bestimmten Zeitintervall unterbricht.

Um die Probe vor Wärmezufuhr von Außen (über Wärmestrahlung) zu schützen, versucht man die Temperatur der Probe und die Temperatur des Rezipientengehäuses gleichzuhalten, damit sich ein- und abgestrahlte Wärmemengen kompensieren. Dazu wird auch der Kupferzylinder mit einer Heizwicklung beheizt, wobei die Spannung bzw. der Strom von einem Konstantstromgerät geliefert wird.

Die Temperatur wird schließlich mit Hilfe von wärmeabhängigen Pt-100-Widerständen gemes-

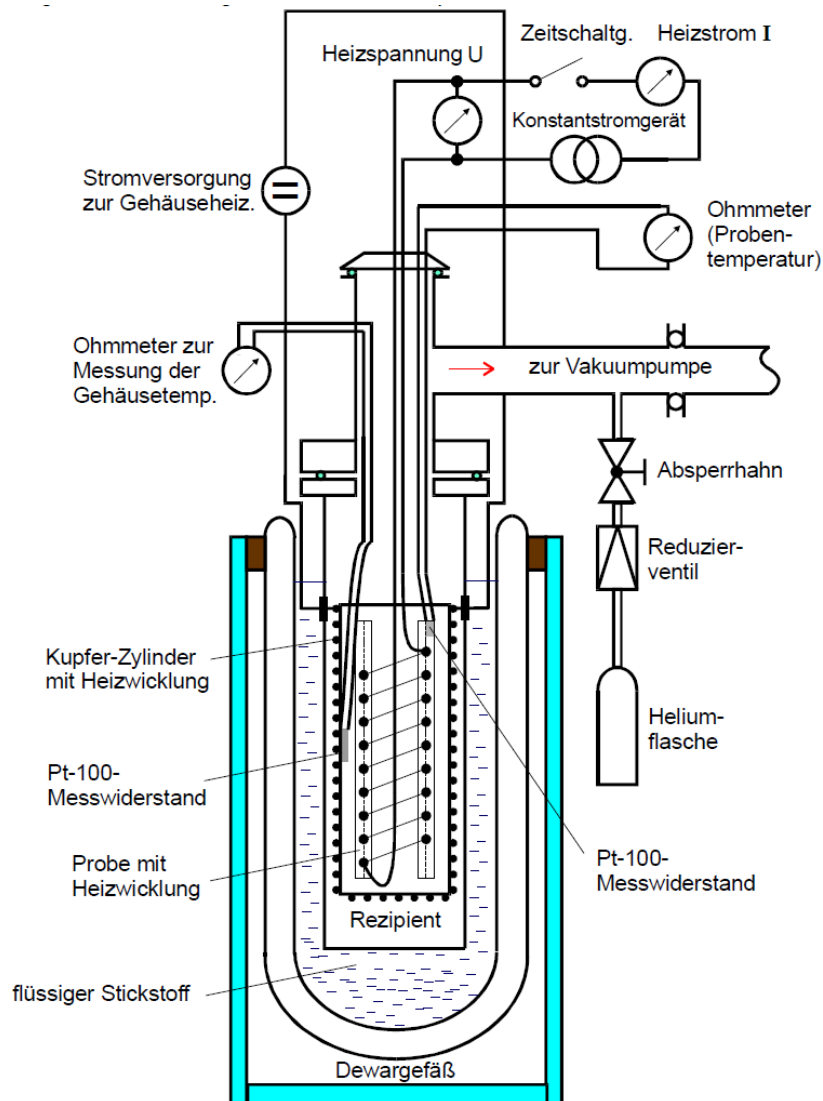


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Messapparatur [1]

sen, deren Widerstand eine monotone Funktion der Temperatur ist. Die Temperatur der Probe

bzw. des Kupferzylinders lässt sich über die Gleichung

$$T = 0,00134 R^2 + 2,296 R - 243,02 \quad (3.1)$$

ermitteln, da man die entsprechenden Widerstände zu jedem Zeitpunkt während des Versuchs per Ohmmeter messen kann.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Molwärme

Mit den im Temperaturbereich von 80 K bis 300 K gemessenen Werten der Heizspannungen, der Heizströme und der Zeitintervalle lässt sich die zugeführte elektrische Energie

$$E = U \cdot I \cdot \Delta t \quad (4.1)$$

berechnen. Die auf diese Weise ermittelten Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Die aufgetretenen absoluten Fehler der zugeführten elektrischen Energie σ_E lassen sich über die Fehlerfortpflanzung nach Gauß gemäß

$$\sigma_E = \sqrt{(I \Delta t \sigma_U)^2 + (U \Delta t \sigma_I)^2} \quad (4.2)$$

berechnen, wobei man als Fehler der Spannung und des Stroms die letzte Stelle der durch das Digitalgerät angezeigten Ziffer verwendet. Man nutzt somit $\sigma_U = 0,01\text{ V}$ und $\sigma_I = 0,1\text{ mA}$. Ist die elektrische Energie bestimmt so lässt sich über

$$C_P = \frac{M}{m} \cdot \frac{E}{\Delta T} \quad (4.3)$$

die Molwärme bei konstantem Druck berechnen. Dabei sind $m = 342\text{ g}$ die Masse der Probe und $M = 63,55 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ das Molekulargewicht von Kupfer.

Die gemessenen Werte der einzelnen Größen und die aus diesen berechneten Molwärmern C_P sind in der Tabelle 2 aufgeführt.

Wobei die dort aufgeführten Temperaturen T mit Hilfe der gemessenen Widerstände aus der Gleichung (3.1) in $^{\circ}\text{C}$ errechnet werden können. Zudem sind die Temperaturen in Kelvin und die pro Zeitintervall auftretenden Temperaturänderungen ΔT aufgeführt.

Der Fehler der Temperatur lässt sich über

$$\sigma_T = \sqrt{(2 \cdot 0,00134 R + 2,296)^2 \cdot \sigma_R} \quad (4.4)$$

berechnen, wobei hier angenommen wurde, dass der Fehler der Widerstände $\sigma_R = 0,1\ \Omega$ beträgt.

Ist die Molwärme bei konstantem Druck C_P bekannt, lässt sich daraus über die Korrekturformel

$$C_V = C_P - 9\alpha^2 \kappa V_0 T \quad (4.5)$$

die Molwärme bei konstantem Volumen berechnen. Dabei ist α der temperaturabhängige Aus-

⁴Literaturwert aus dem PSE nach IUPAC

$U/[V]$	$I [mA]$	$\Delta t [s]$	$E [J]$	$\sigma_E [J]$
0,00	0,0	0	0,00	0,00
19,35	184,4	165	588,74	3,21
19,42	184,8	180	645,99	3,51
19,49	185,3	200	722,30	3,92
19,53	185,5	210	760,79	4,12
19,57	185,7	220	799,51	4,32
19,59	185,9	230	837,61	4,53
19,62	186,0	240	875,84	4,73
19,64	186,0	250	913,26	4,93
19,65	186,1	260	950,78	5,13
19,67	186,1	270	988,36	5,33
19,68	186,2	280	1026,04	5,54
19,69	186,3	290	1063,79	5,74
19,70	186,4	300	1101,62	5,94
19,71	186,4	300	1102,18	5,94
19,71	186,4	300	1102,18	5,94
19,72	186,5	300	1103,33	5,94
19,72	186,5	300	1103,33	5,94
19,72	186,6	300	1103,93	5,94
19,72	186,6	300	1103,93	5,94
19,72	186,6	310	1140,72	6,14
19,71	186,6	320	1176,92	6,34
19,70	186,6	330	1213,09	6,53
19,70	186,6	340	1249,85	6,73
19,69	186,6	340	1249,21	6,72
19,68	186,6	340	1248,58	6,72
19,68	186,6	350	1285,30	6,92

Tabelle 1: Die zur Bestimmung der pro Zeitintervall zugeführten elektrischen Energie verwendeten Messwerte

dehnungskoeffizient, $\kappa = 1,378 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$ das Kompressionsmodul⁵, und $V_0 = \frac{M}{\rho} = 7,12 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{mol}$ das Molvolumen, wobei die Dichte⁶ ρ von Kupfer $8,92 \frac{g}{mol}$ beträgt.

Da der Ausdehnungskoeffizient stark temperaturabhängig ist, muss er für jeden Wert der Molwärme C_V bzw für jede gemessene Temperatur separat berechnet werden. Dies wird mit Hilfe von tabellierten Werten (siehe Abb. 3) realisiert, wobei man mittels linearer Interpolation den entsprechenden Wert für α abschätzen kann. Die Abschätzung wird dann über

$$\alpha(T) = \frac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} (T - T_{i-1}) + \alpha_{i-1} \quad (4.6)$$

vorgenommen, wobei i die obere Klassenschranke und $i - 1$ die untere Klassenschranke meint.

⁵Literaturwert siehe: <http://www.goodfellow.com/G/Kupfer.HTML>

⁶Literaturwert siehe. PSE nach IUPAC

$R_{Pr} [\Omega]$	$T [C^\circ]$	$T [K]$	$\Delta T [K]$	$Sigma_T$	$C_P [\frac{J}{mol \cdot K}]$	σ_{C_P}	$a [10^{-6} \frac{1}{K}]$	$C_V [\frac{J}{mol}]$	$\sigma_{C_V} [\frac{J}{mol}]$
24,4	-186,2	86,96	0,00	0,24	0,00	0,00	9,37	-0,07	0,00
27,4	-179,1	94,06	7,10	0,24	15,42	0,74	10,14	15,33	0,74
30,5	-171,75	101,41	7,36	0,24	16,31	0,75	10,81	16,21	0,75
33,8	-163,88	109,28	7,86	0,24	17,07	0,74	11,44	16,95	0,74
37,1	-155,99	117,17	7,89	0,24	17,92	0,77	11,93	17,77	0,77
40,4	-148,07	125,09	7,92	0,24	18,76	0,81	12,38	18,59	0,81
43,7	-140,13	133,03	7,95	0,24	19,58	0,85	12,80	19,39	0,85
47,1	-131,91	141,25	8,22	0,24	19,80	0,83	13,21	19,58	0,83
50,5	-123,65	149,51	8,25	0,24	20,57	0,86	13,58	20,32	0,86
53,9	-115,37	157,79	8,28	0,24	21,33	0,89	13,83	21,07	0,89
57,3	-107,06	166,10	8,31	0,24	22,09	0,93	14,11	21,80	0,93
60,8	-98,47	174,69	8,59	0,25	22,20	0,90	14,37	21,88	0,90
64,3	-89,85	183,31	8,62	0,25	22,93	0,93	14,58	22,58	0,93
67,9	-80,94	192,22	8,90	0,25	22,99	0,91	14,79	22,62	0,91
71,4	-72,25	200,91	8,69	0,25	23,57	0,96	14,97	23,17	0,96
74,9	-63,53	209,63	8,72	0,25	23,48	0,96	15,19	23,05	0,96
78,3	-55,03	218,13	8,50	0,25	24,11	1,01	15,36	23,65	1,01
81,6	-46,74	226,42	8,28	0,25	24,75	1,07	15,53	24,27	1,07
84,9	-38,43	234,73	8,31	0,25	24,68	1,07	15,67	24,17	1,07
88,1	-30,34	242,82	8,09	0,25	25,36	1,13	15,79	24,82	1,13
91,3	-22,23	250,93	8,12	0,25	26,12	1,16	15,92	25,55	1,16
94,7	-13,57	259,59	8,65	0,25	25,27	1,06	16,09	24,68	1,06
98,0	-5,14	268,02	8,43	0,26	26,74	1,16	16,22	26,12	1,16
101,5	3,83	276,99	8,97	0,26	25,89	1,06	16,32	25,24	1,06
104,8	12,32	285,48	8,49	0,26	27,34	1,18	16,43	26,66	1,18
108,2	21,09	294,25	8,78	0,26	26,43	1,11	16,56	25,72	1,11
111,6	29,9	303,06	8,81	0,26	27,12	1,14	16,70	26,37	1,14

Tabelle 2: Molwarmen

Die Fehler der Molwarmen bei konstantem Druck werden über

$$\sigma_{C_P} = \sqrt{\left(\frac{M}{m\Delta T}\sigma_E\right)^2 + \left(-\frac{M E}{m\Delta T^2}\sigma_{T_2}\right)^2 + \left(\frac{M E}{m\Delta T^2}\sigma_{T_1}\right)^2} \quad (4.7)$$

bestimmt und die Fehler der Molwarmen bei konstantem Volumen werden über

$$\sigma_{C_V} = \sqrt{\left(\left(-\frac{M E}{m \Delta T^2} + 9\alpha^2 \kappa V_0\right)\sigma_{T_2}\right)^2 + \left(\frac{M}{m\Delta T}\sigma_E\right)^2 + \left(\frac{M E}{m\Delta T^2}\sigma_{T_1}\right)^2} \quad (4.8)$$

ermittelt. Die berechneten Werte der Molwarme werden in Abb. 3 gegen die entsprechenden Temperaturen aufgetragen.

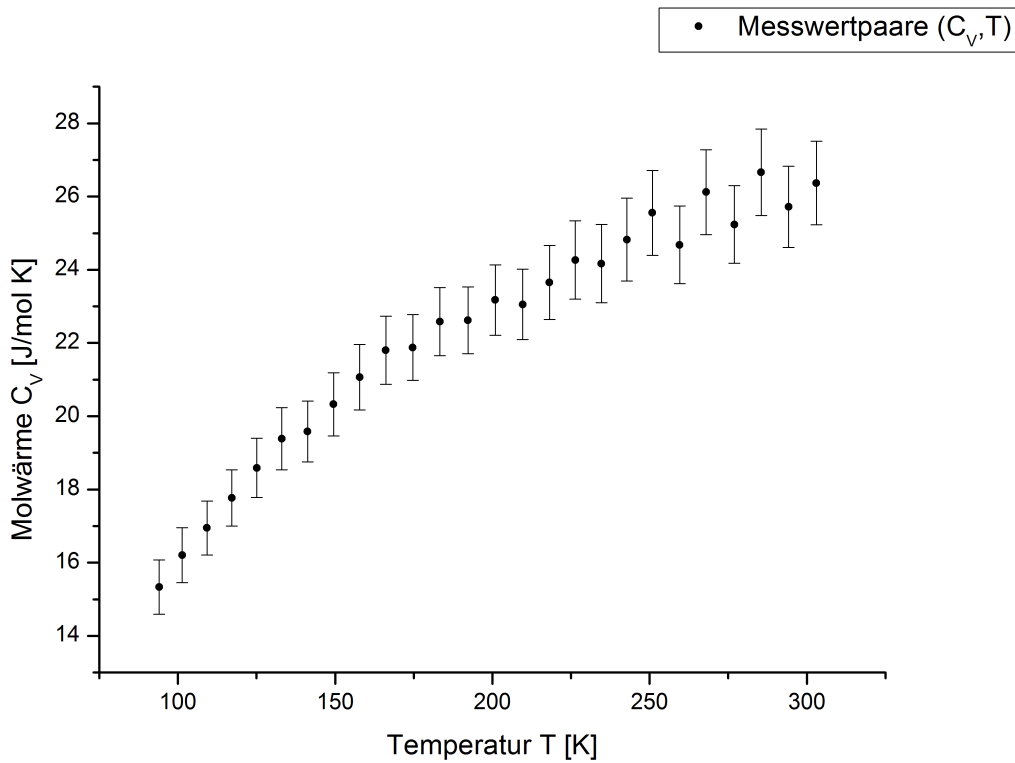


Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der Molwärme

T [K]	70	80	90	100	110	120	130	140
α [10^{-6} grd^{-1}]	7,00	8,50	9,75	10,70	11,50	12,10	12,65	13,15
T [K]	150	160	170	180	190	200	210	220
α [10^{-6} grd^{-1}]	13,60	13,90	14,25	14,50	14,75	14,95	15,20	15,40
T [K]	230	240	250	260	270	280	290	300
α [10^{-6} grd^{-1}]	15,60	15,75	15,90	16,10	16,25	16,35	16,50	16,65

Abbildung 3: Ausdehnungskoeffizient α

4.2 Berechnung der Debye-Temperatur aus den experimentell ermittelten Daten

Durch die gemessenen Wertepaare (C_V, T) siehe Abb. 2, wobei hier nur Werte zwischen 80 K und 170 K berücksichtigt werden, wird jetzt per Vergleich mit $C_V = f\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)$, deren Werte in Abb.4 tabeliert sind, eine passenden Debye-Temperatur Θ_D bestimmt, indem jedem einzelnen Messwert seine entsprechende Debye-Temperatur zugeordnet wird. Der Mittelwert aus den einzelnen Werten (siehe Tab. 3), ergibt die von uns gesuchte Größe.

$T [K]$	$C_V [\frac{J}{mol}]$	$\frac{\Theta_D}{T}$	$\Theta_D [T]$
94,06	15,33	3,3	310,39
101,41	16,21	3,1	314,39
109,28	16,95	2,9	316,90
117,17	17,77	2,7	316,35
125,09	18,59	2,5	312,71
133,03	19,39	2,3	305,98
141,25	19,58	2,3	324,88
149,51	20,32	2,1	313,96
157,79	21,07	1,9	299,80
166,10	21,80	1,7	282,37

Tabelle 3: Debye-Temperaturen

θ_D/T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	24,9430	24,9310	24,8930	24,8310	24,7450	24,6340	24,5000	24,3430	24,1630	23,9610
1	23,7390	23,4970	23,2360	22,9560	22,6600	22,3480	22,0210	21,6800	21,3270	20,9630
2	20,5880	20,2050	19,8140	19,4160	19,0120	18,6040	18,1920	17,7780	17,3630	16,9470
3	16,5310	16,1170	15,7040	15,2940	14,8870	14,4840	14,0860	13,6930	13,3050	12,9230
4	12,5480	12,1790	11,8170	11,4620	11,1150	10,7750	10,4440	10,1190	9,8030	9,4950
5	9,1950	8,9030	8,6190	8,3420	8,0740	7,8140	7,5610	7,3160	7,0780	6,8480
6	6,6250	6,4090	6,2000	5,9980	5,8030	5,6140	5,4310	5,2550	5,0840	4,9195
7	4,7606	4,6071	4,4590	4,3160	4,1781	4,0450	3,9166	3,7927	3,6732	3,5580
8	3,4468	3,3396	3,2362	3,1365	3,0403	2,9476	2,8581	2,7718	2,6886	2,6083
9	2,5309	2,4562	2,3841	2,3146	2,2475	2,1828	2,1203	2,0599	2,0017	1,9455
10	1,8912	1,8388	1,7882	1,7393	1,6920	1,6464	1,6022	1,5596	1,5184	1,4785
11	1,4400	1,4027	1,3667	1,3318	1,2980	1,2654	1,2337	1,2031	1,1735	1,1448
12	1,1170	1,0900	1,0639	1,0386	1,0141	0,9903	0,9672	0,9449	0,9232	0,9021
13	0,8817	0,8618	0,8426	0,8239	0,8058	0,7881	0,7710	0,7544	0,7382	0,7225
14	0,7072	0,6923	0,6779	0,6638	0,6502	0,6368	0,6239	0,6113	0,5990	0,5871
15	0,5755	0,5641	0,5531	0,5424	0,5319	0,5210	0,5117	0,5020	0,4926	0,4834

Abbildung 4: Zahlenwerte für die Debye-Funktion

Es ergibt sich aus den einzelnen Werten ein arithmetisches Mittel von

$$\bar{\Theta}_D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n = (309,77 \pm 3,70) T$$

wobei sich der statistische Fehler gemäß

$$s_{\Theta_D} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Theta_{D_i} - \bar{\Theta}_D)^2} \quad (4.9)$$

bestimmen lässt. Zum Literaturwert⁷ der Debye-Temperatur $\Theta_{D \text{ Lit}} = 343$ besteht eine Abweichung von 9,69 %

⁷siehe Tolanskript zur Vorlesung "Festkörperphysik aus dem WS07/08

4.3 Theoretische Bestimmung der Debye-Temperatur

Zunächst muss die Debye-Frequenz über (2.4) errechnet werden. Dabei ergibt sich ein Wert von

$$\omega_D = 4,31 \cdot 10^{13} \frac{1}{s},$$

falls man $v_l = 4700 \frac{m}{s}$ und $v_{tr} = 2260 \frac{m}{s}$ verwendet. Damit lässt sich über

$$\Theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B} \quad (4.10)$$

die theoretische Debye-Temperatur zu

$$\Theta_D = 331,99 \text{ K}$$

bestimmen. Somit besteht also eine Abweichung von 6,69 % zwischen Theorie- und Messwert. Und zum Literaturwert besteht eine Abweichung von 3,21 %.

5 Diskussion

Bei den einzelnen Heizintervallen sollten Temperaturdifferenzen von 7 K bis 11 K erreicht werden. Gerade bei den ersten Messwerten, die maßgeblich zur Bestimmung der Debye-Temperatur verwendet wurden, haben wir nur Temperaturdifferenzen von knapp über 7 K gemessen. So lässt sich die niedrige Debye-Temperatur wahrscheinlich durch die Trägheit der Apparatur erklären. Wenn man also höhere Temperaturdifferenzen erzielt hätte, könnte der gemessene Wert näher am Literaturwert liegen. Auch der Energieverlust durch Wärmestrahlung etc. lässt sich nicht vollständig ausschalten, so dass die Abweichung von 9,69 % der gemessenen Debye-Temperatur zum Literaturwert nachzuvollziehen ist.

6 Literaturverzeichnis

[1] Siegfried Finke, Versuchsanleitungen zum Fortgeschrittenen-Praktikum

7 Anhang