

Physikalisches Fortgeschrittenen-Praktikum
TU Dortmund / Fachbereich Physik

Versuch 21

Optisches Pumpen

Ernesto Ruge & Dominik Duda *

8. Dezember 2008

*mail@ernestoruge.de, domi.duda@web.de,

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Das magnetische Moment eines Atoms	3
2.2	Das Prinzip des optischen Pumpens	5
2.2.1	Optisches Pumpens bei einem idealisierten Atom	5
2.2.2	Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung	7
2.2.3	Optisches Pumpen bei einem realen Alkali-Atom	9
2.3	Quadratischer Zeeman-Effekt	9
2.4	Zwei-Quanten-Übergänge	9
3	Durchführung	9
3.1	Messprogramm	11
3.1.1	Kompensation des Erdmagnetfeldes	11
3.1.2	Einjustieren der Apparatur	11
3.1.3	Messung der Resonanzfrequenz	11
3.1.4	Messung der Zwei-Quantenübergänge	11
4	Auswertung	12
4.1	Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes	12
4.2	Typisches Signalbild	12
4.3	Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes	13
4.4	g_F -Faktoren	14
4.5	Kernspin der Rb-Isotope	14
4.6	Untersuchung von Mehrfachübergängen	15
4.7	Der quadratische Zeemann-Effekt	15
5	Zusammenfassung	15
6	Literaturverzeichnis	16
7	Anhang	16

1 Einleitung

Bei diesem Versuch wird das Prinzip des optischen Pumpens erläutert, wobei man mit diesem z.B. Zeeman-Niveaus von Rubidium-Isotopen ausmessen kann.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Das magnetische Moment eines Atoms

Zur Bestimmung des magnetischen Momentes eines Atoms verwendet man die Größen Drehimpuls L und Spin S der Elektronen, sowie den Kernspin I , wobei sich S und L additiv zum Gesamtdrehimpuls zusammenfügen lassen. Außerdem muss man beachten, dass der Drehimpuls von abgeschlossenen Schalen keinen Beitrag zum Gesamtdrehimpuls hat.

Das magnetische Moment des Gesamtdrehimpulses z.B. lässt sich über

$$\vec{\mu}_j = -g_j \mu_B \vec{J} \quad (2.1)$$

bzw.

$$\mu_J = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2.2)$$

bestimmen, wobei μ_B das Bohrsche Magneton und g_j den **Lande-Faktor** sind. Unter Separation von Drehimpuls und Spin ergibt sich für das magnetische Moment des Gesamtdrehimpulses

$$\mu_J = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{L}|^2 - |\vec{S}|^2}{2|\vec{J}||\vec{S}|} + 2,0023 \mu_B \sqrt{S(S+1)} \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2}{2|\vec{J}||\vec{L}|}, \quad (2.3)$$

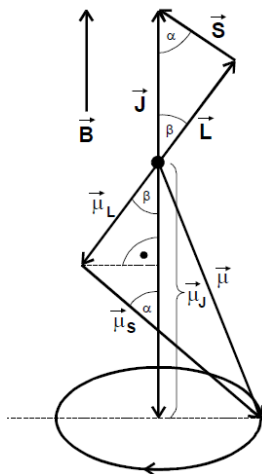


Abbildung 1: Zusammenhang zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment eines Valenzelektrons [1]

wobei man berücksichtigt, dass das Gesamtmoment eine Präzisionsbewegung um die \vec{J} -Richtung ausübt (siehe Abb.1), so dass sich die zu \vec{J} senkrechte Komponente $\vec{\mu}_\perp$ zeitlich herausmittelt und der Betrag des magnetischen Momentes nur aus der zu \vec{J} parallelen Komponente resultiert.

Bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} , tritt eine Aufspaltung der Energieniveaus in $2J+1$ Unter-niveaus (**Zeeman-Effekt**) auf, welche aus der Wechselwirkung zwischen B-Feld und magnetischem Moment der Valenzelektronen resultiert. Die Wechselwirkungsenergie ist dabei über

$$U_{mag} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}$$

gegeben.

Die zu \vec{B} senkrechte Komponente des magnetischen Momentes mittelt sich dabei wegen der Präzisionsbewegung von $\vec{\mu}_J$ um die Feldrichtung zeitlich heraus, so dass nur die z-Komponente (siehe Abb.1) von $\vec{\mu}_J$ einen Beitrag erbringt. Da eine Richtungsquantelung vorliegt, kann μ_J somit nur ganzzahlige Vielfache von $g_J \mu_B B$ annehmen. Dabei sind auch nur bestimmte Zahlenwerte M_J (Orientierungsquantenzahl) erlaubt, dessen Wertebereich durch $-J \leq M_J \leq J$ festgelegt ist.

Die Wechselwirkungsenergie ist somit über

$$U_{mag} = M_J g_j \mu_B B$$

zu berechnen.

Nun wird noch der Kernspin des Atoms berücksichtigt, da die in diesem Experiment untersuchten Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb jeweils einen von Null verschiedenen Wert aufweisen. Somit tritt auch schon ohne B-Feld eine Energieniveaueaufspaltung auf, die man als Hyperfeinstruktur bezeichnet.

Eine typische Gestalt der hyperfein und zeeman-aufgespaltenen Energieniveaus ist in Abbildung 2 zu sehen. Damit eine Aufspaltung dieser Art auftreten kann, muss das von Außen anliegende B-Feld hinreichend schwach sein, damit sich Gesamtdrehimpuls \vec{J} und Kernspin \vec{I} vektoriell aneinander koppeln können, wobei sich gemäß

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \tag{2.4}$$

der Gesamtdrehimpuls eines Atoms bildet. Die möglichen Werte für F reichen dabei von $I + J$ bis $|I - J|$.

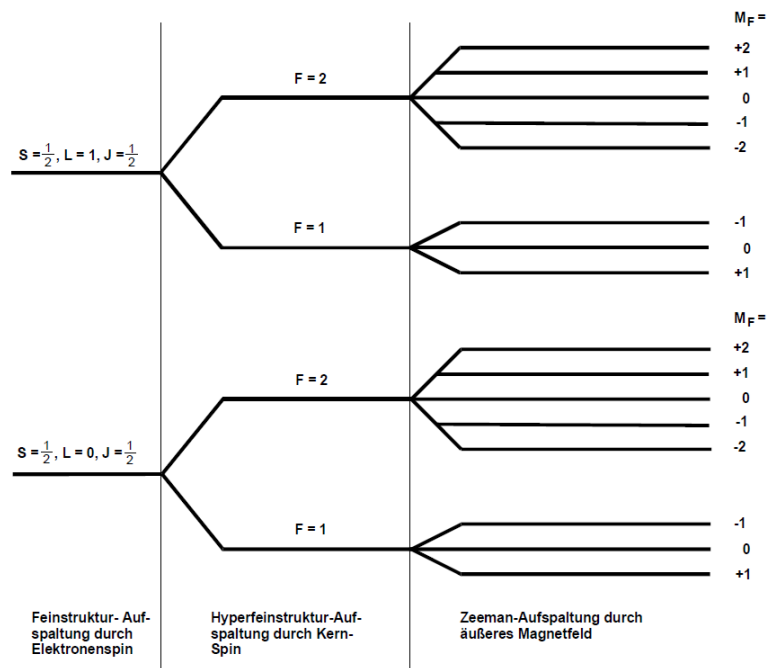


Abbildung 2: Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus eines Alkali-Atoms mit Kernspin $I = \frac{3}{2}$ und $J = \frac{1}{2}$ [1]

Falls ein äußeres B-Feld anliegt, tritt eine Aufspaltung in $2F+1$ Zeeman-Niveaus auf, wobei die Zeeman-Niveaus einen ungefähren Abstand von $30 \mu eV$ besitzen, während die Feinstruktur-Niveaus ca. $1,5 eV$ entfernt liegen.

Die Energiedifferenz zwischen benachbarten Zeeman-Niveaus ist dabei über

$$U_{HF} = g_F \mu_B B \quad (2.5)$$

gegeben und das magnetische Moment eines Atoms lässt sich über

$$\mu_F \approx \mu_B g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}} \quad (2.6)$$

berechnen, so dass man über

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}} \quad (2.7)$$

den Lande-Faktor des Gesamtdrehimpulses eines Atoms bestimmen kann.

2.2 Das Prinzip des optischen Pumpens

Während die unteren Energie-Niveaus eines Atoms unter der Beachtung des Pauli-Prinzips (Es darf keine zwei Fermionen mit den exakt gleichen Quantenzahlen geben) vollständig mit Elektronen besetzt sind, besteht für die durch die Valenzelektronen gefüllten Energieniveaus eine temperaturabhängige Besetzung.

Falls es zwei Niveaus gibt für die $W_2 > W_1$ gilt, so dann sind die Besetzungszahlen N_1 und N_2 über die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{W_2 - W_1}{k_B T}} \quad (2.8)$$

miteinander verknüpft. Die g_i sind hier die schon erwähnten Lande-Faktoren.

Beim optischen Pumpen versucht man die Elektronen zu nicht-thermischen Übergängen anzuregen, so dass eine Inversion gemäß $N_2 > N_1$ existiert. Anschließend können Strahlungsübergänge zwischen bestimmten Niveaus induziert werden, deren Energie

$$h \nu = W_2 - W_1 \quad (2.9)$$

beträgt. Im folgenden wird zunächst das optische Pumpen an einem vereinfachten Atom (ohne Kernspin) erläutert, bevor dann die Idealisierungen aufgehoben werden, und eine Betrachtung der Alkaliatome ^{85}Sb und ^{87}Sb erfolgt.

2.2.1 Optisches Pumpens bei einem idealisierten Atom

Vorerst wird ein Alkali-Atom ohne Drehimpuls betrachtet, welches den Grundzustand $^2s_{\frac{1}{2}}$ sowie die ersten angeregten Zustände $^2p_{\frac{1}{2}}$ und $^2p_{\frac{3}{2}}$ besitzt. Dabei bezieht sich der Index auf den Gesamtdrehimpuls J .

Für die beiden $J = \frac{1}{2}$ Zustände treten innerhalb eines Magnetfeldes somit Aufspaltungen in jeweils zwei Zeeman-Unterniveaus auf (siehe Abb. 3).

Bei diesen Aufspaltungen sind wie zu sehen ist, insgesamt vier Strahlungsübergänge möglich,

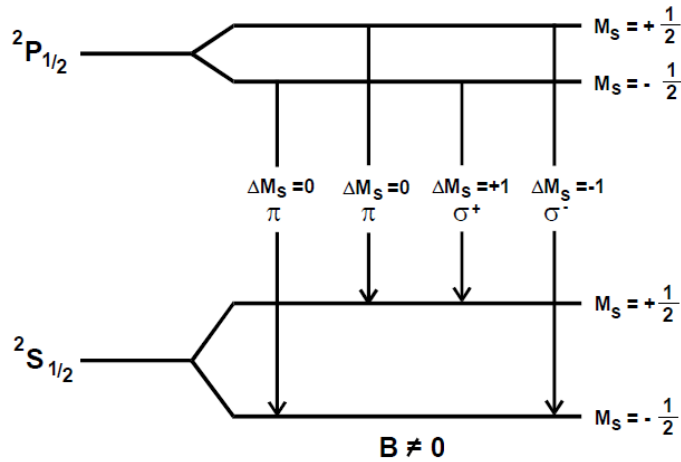


Abbildung 3: Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus eines hypothetischen Alkali-Atoms und die entsprechenden Niveau-Übergänge [1]

die sich durch ihren Energiebetrag und durch ihren Polarisationszustand unterscheiden. Dabei entspricht einem σ^+ -Übergang rechtszirkular-polarisiertes Licht mit $\Delta M_J = 1$, bei dem der Spin der Lichtquanten antiparallel zu ihrer Ausbreitungsrichtung steht, während beim σ^- -Übergang der Photonen spin und die Ausbreitungsrichtung parallel zueinander liegen. Bei den π -Übergängen, die ein $\Delta M_J = 0$ aufweisen, wird linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert. Die Polarisationsrichtung ist dabei parallel zum B-Feld und wegen des Dipolcharakters des Strahlungsfeldes erfolgt bei π -Übergängen keine Abstrahlung parallel zu \vec{B} , während die Strahlungsintensität senkrecht zu \vec{B} maximal ist.

Hingegen finden bei den *sigma*-Übergängen ausschließlich Emissionen von zirkular-polarisiertem Licht in Richtung des B-Feldes statt, so dass es in allen dazu senkrecht stehenden Richtungen als linear polarisiert erscheint.

Die Valenzelektronen des hypothetischen Alkali-Atoms befinden sich, falls thermisches Gleichgewicht herrscht, im $^2s_{frac{1}{2}}$ Grundzustand, wobei ein anliegendes B-Feld vorausgesetzt ist. Dabei ist der $M_J = \frac{1}{2}$ Zustand etwas geringer besetzt als der energetisch günstigere $M_J = -\frac{1}{2}$ Zustand. Wenn nun rechtszirkular-polarisiertes Licht auf die Atome gestrahlt wird (siehe Durchführung), sind wegen der Auswahlregel $\Delta M_J = 1$ nur Übergänge von $^2s_{\frac{1}{2}} M_J = -\frac{1}{2}$ nach $^2p_{\frac{1}{2}} M_J = -\frac{1}{2}$ möglich (siehe Abb.4). Nach ca. 10^{-8} s relaxieren die Elektronen wieder in den Grundzustand, wobei beide s-Niveaus bevölkert werden. Da aus dem $^2s_{\frac{1}{2}} M_J = \frac{1}{2}$ Niveau keine Elektronen in ein höheres Niveau übergehen bzw. auch nur relativ unwahrscheinlich in das niedrigere s Niveau absteigen, gelingt es im Prinzip, das unterste s Niveau asymptotisch leer zu pumpen (siehe Abb.5).

Dass das unterste s Niveau leer gepumpt ist, äußert sich dadurch dass sich die Transparenz einer Dampfzelle asymptotisch einem maximalen Wert nähert. Gemessen wird dies über die Intensität des Photostroms einer Photodiode (nähere Beschreibung siehe Durchführung), in der sich Rubidiumdampf befindet. Die Transparenz der Dampfzelle steigt dabei, da die Absorptionswahrscheinlichkeit mit der Anzahl der Atome abnimmt, die Valenzelektronen im untersten s Niveau besitzen.

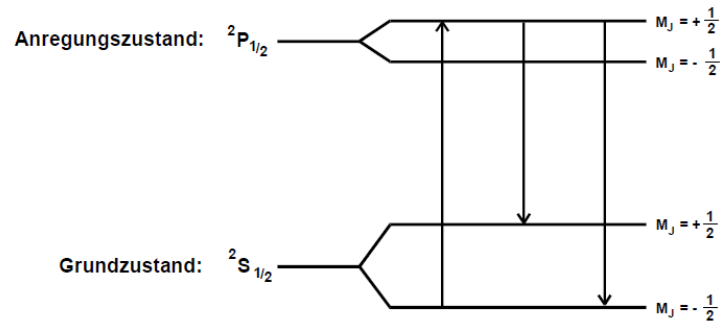


Abbildung 4: Mögliche Niveau-Übergänge der Valenzelektronen des hypothetischen Alkali-Atoms bei Einstrahlung von rechtszirkular-polarisiertem Licht

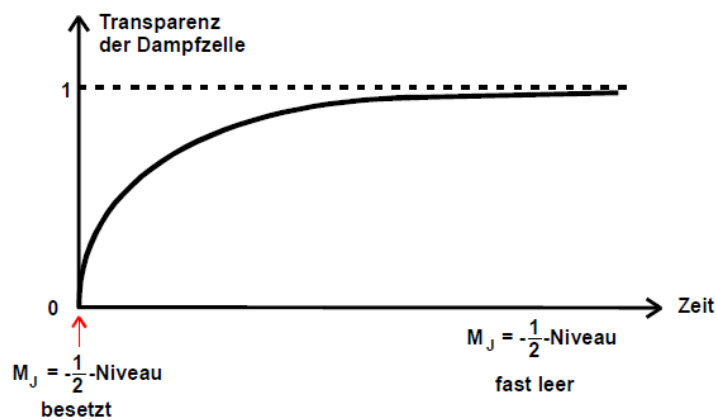


Abbildung 5: Transparenz einer Alkali-Dampfzelle in Abhängigkeit der Zeit und ausschließlicher Einstrahlung von rechts-zirkular polarisiertem Licht

2.2.2 Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung

Mit dem Verfahren des optischen Pumpens kann man die einzelnen Abstände von Zeeman-Niveaus oder Hyperfeinstrukturen mit hoher Präzision ausmessen. Wobei der Energiebetrag der emittierten Photonen dem Niveaubestand entspricht.

Wichtige Prozesse dabei sind die **spontane** und die **induzierte** Emission sowie die Absorption (siehe Abb. 6) von Lichtquanten.

Bei der spontanen Emission relaxiert ein Elektron ohne Einflüsse von Außen von einem der angeregten Zustände in den Grundzustand, wobei ein Photon ausgesendet wird. Hingegen bei der induzierten Emission muss vom angeregten Elektron erst ein Photon absorbiert werden bevor eine Emission von zwei Photonen mit gleichem Energiebetrag, von gleicher Polarisation und mit gleicher Ausbreitungsrichtung stattfinden kann. Die Energie des zu absorbierenden Photons muss dabei genau dem Unterschied der Niveaus entsprechen.

Im Prinzip können spontane und induzierte Emission nebeneinander ablaufen, wobei die Frage welcher von beiden Prozessen dominiert durch die Energie $h\nu = W_2 - W_1$ bestimmt ist.

Die Anzahl der spontanen Niveauübergänge in Abhängigkeit von der Zeit ist gegeben durch

$$n_{\text{spont}} = N_2 A_{21}$$

für den Fall, dass das Gas (in der Dampfzelle) bei einer Temperatur T im Gleichgewicht mit seiner Temperaturstrahlung steht. Dabei ist N_2 die Besetzungszahl des zweiten Niveaus und A_{21} die Wahrscheinlichkeit für einen spontanen Übergang vom zweiten Niveau ins erste.

Des Weiteren können induzierte Übergänge auftreten, die durch Temperaturstrahlungsquan-

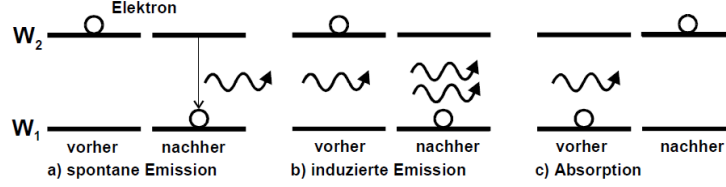


Abbildung 6: Verschiedene Niveaueübergangsmöglichkeiten eines Elektrons [1]

ten der Frequenz ν hervorgerufen werden, wobei die Anzahl n_{ind} der pro Zeiteinheit in den Energiezustand W_1 übergehenden Elektronen ist proportional zur Dichte

$$u(\nu) = \frac{8\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1},$$

bei der es sich um die Plancksche-Formel für einen abstrahlenden schwarzen Körper handelt, und zur Anzahl N_2 der Atome im Zustand W_2 .

$$n_{\text{ind}} = N_2 B_{21} u(\nu)$$

Dabei stellt der Proportionalitätsfaktor B_{21} den Einstein-Koeffizienten der induzierten Emission dar.

Da die Temperaturstrahlungsquanten aber auch durch Atome mit Elektronen im Zustand W_1 absorbiert werden können, treten somit auch Absorptionen auf, deren Anzahl über

$$n_{\text{abs}} = N_1 B_{12} u(\nu)$$

gegeben ist. Über die Überlegung

$$n_{\text{ind}} + n_{\text{spont}} = n_{\text{abs}}$$

lässt sich für die Übergangswahrscheinlichkeit der Ausdruck

$$A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3 \quad (2.10)$$

herleiten. Wenn man bedenkt, dass die Übergangswahrscheinlichkeit von der dritten Potenz der Frequenz abhängt, kommt man leicht zu dem Schluss, dass die spontane Emission (1 MHz) gegenüber der induzierten Emission (380 THz) einen vernachlässigbar geringen Beitrag hat. Somit lassen sich die Zeeman-Niveaus ohne Probleme durch die induzierte Emission bestimmen, indem man sich die Transparenz einer Dampfzelle (siehe Abb. 7) in Abhängigkeit zur Frequenz betrachtet. Denn die Transparenz der Dampfzelle nimmt im Fall der Resonanz, also beim Erreichen der Resonanzfrequenz

$$\nu_{\text{res}} = g_J \frac{1}{4\pi} \frac{e_0}{m_0} B_{\text{res}} \quad (2.11)$$

ab, da das eingestrahlte Licht von den Atomen wieder absorbiert werden kann, nachdem diese per induzierten Übergängen in den Grundzustand gegangen sind.

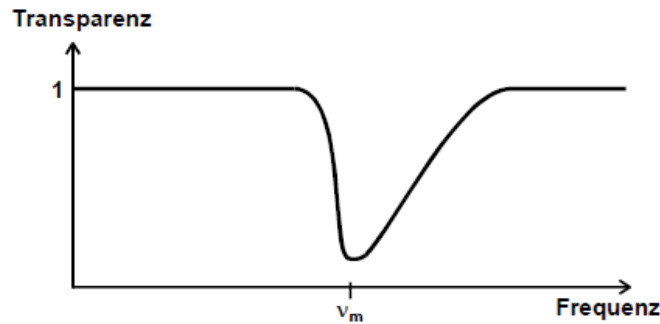


Abbildung 7: Transparenz einer Alkali-Dampfzelle für rechtszirkular-polarisiertes Licht in Abhängigkeit von der Frequenz eines angelegten Hochfrequenzfeldes

2.2.3 Optisches Pumpen bei einem realen Alkali-Atom

Im Realen haben Alkali-Atome natürlich einen von Null verschiedenen Kernspin, so dass die Aufspaltung in Unterniveaus erheblich vielfältiger erfolgt. Jedoch bleibt auch hier die Auswahlregel $\Delta M_F = 1$ erhalten, so dass sich auch hierbei die energetisch günstigeren Zustände durch Einstrahlen von zirkular-polarisiertem Licht asymptotisch leerpumpen lassen.

2.3 Quadratischer Zeeman-Effekt

Ab bestimmten Feldstärken des B -Feldes müssen zur Berechnung der Übergangsenergie U_{HF} höhere Terme von B berücksichtigt werden, da nun auch Spin-Bahn Wechselwirkung und die Wechselwirkung der magnetischen Momente $\vec{\mu}_J$ und $\vec{\mu}_I$ mit dem äußeren B -Feld berücksichtigt werden müssen. Dabei ergibt sich dann für die Übergangsenergie

$$U_{HF} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2 M_F)}{\Delta E_{Hy}} \quad (2.12)$$

in der ΔE_{HF} die Hyperfeinstrukturaufspaltung zwischen dem F und dem $F+1$ Niveau benennt.

2.4 Zwei-Quanten-Übergänge

Unter dem Blickwinkel der zeitabhängigen Störungstheorie lässt sich zeigen, dass überwiegend (wie erwartet) induzierte Übergänge nach Absorption von Photonen der Frequenz (2.10) erfolgen, aber auch Mehrquantenübergänge möglich sind. (Dafür müssen bei der Reihenentwicklung der Übergangswahrscheinlichkeit Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden). Bei einem Zweiquantenübergang müsste dabei z.B. die Bedingung

$$n_1 \nu_1 \pm n_2 \nu_2 = \nu_{res} \quad (2.13)$$

erfüllt sein.

3 Durchführung

In Abb. 8 ist der generelle Versuchsaufbau schematisch dargestellt. Aus dieser ist ersichtlich, dass aus einer Spektrallampe Licht mit einer Sammellinse auf einen Interferenzfilter fokussiert

wird. Diese lässt nur Licht der Wellenlänge 794,8 durch, geworfen wird. Der Interferenzfilter ist mit einer, ebenfalls in dieser Abbildung zu sehenden, $\lambda/4$ -Platte kombiniert, wobei diese zirkular-polarisiertes Licht erzeugt, welches dann auf die Dampfzelle fällt. Die Dampfzelle lässt sich mit einem kleinen Ofen heizen, wobei man erst 30 min mit Vollast heizt und anschließend auf Minimallast reguliert.

Das aus der Dampfzelle austretende Licht wird mit einer weiteren Linse auf eine Photokathode fokussiert. Das durch die Photokathode detektierte Signal lässt sich über einen Oszillographen visualisieren.

Mit den um die Dampfzelle sowohl horizontal als auch vertikal montierten Helmholtzspulen, lassen sich die nötigen B-Felder erzeugen, die sowohl für die Zeeman-Aufspaltung, als auch zur Kompensation des Erdmagnetfeldes bzw. zur Nutzung als Modulationsfeld verwendet werden. Das Modulationsfeld hat dabei den Zweck, die Resonanzfeldstärke besser einzuregeln. Für den

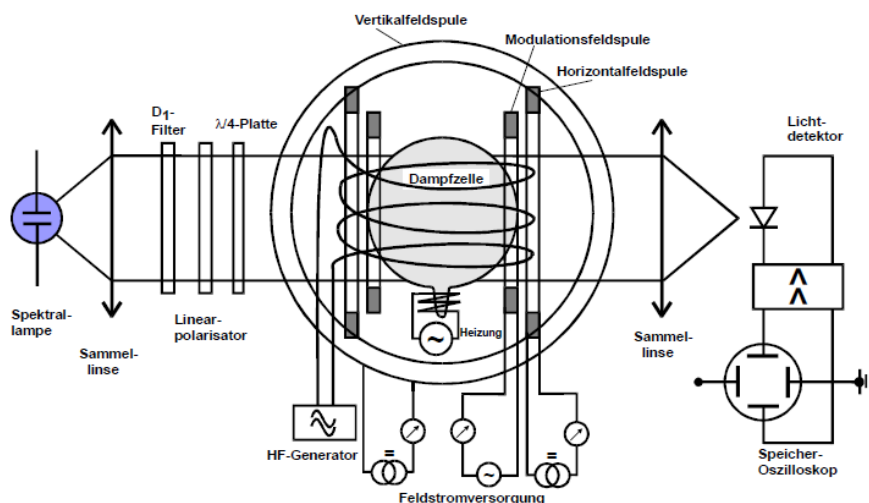


Abbildung 8: Schematische Darstellung der Messapparatur [1]

Fall $B_{hor} = B_{res}$ schwingt das Modulationsfeld $B_{mod}(t)$ symmetrisch zur Niveaueckennlinie B_{res} so dass nach je einer halben Periode die Resonanzbedingung erfüllt ist, und die Transparenz der Dampfzelle stark abnimmt (siehe Abb. 9).

Für den Fall, dass $B_{res} \neq B_{hor}$ gilt, dient das Modulationsfeld zum Erreichen der Resonanzstelle, indem es sich mit dem horizontalen B-Feld überlagert. Der Verlauf ist auch in Abb. 9 aufgezeigt.

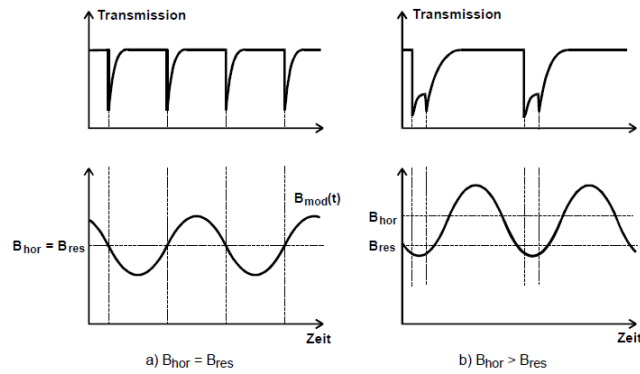


Abbildung 9: Horizontalfeldverlauf und Transmission der Dampfzelle in Abhängigkeit von der Zeit [1]

3.1 Messprogramm

3.1.1 Kompensation des Erdmagnetfeldes

Die optische Achse der Apparatur wird in die von der Bussole angezeigte Richtung der horizontalen Komponente des lokalen Erdmagnetfeldes gedreht. So dann gleiche man die Vertikal-komponente des Erdfeldes aus, in dem man bei ausgeschaltetem Horizontalfeld einen niederfrequentären Wechselstrom von 30 mA bis 40 mA durch die Modulationsspule schickt. Falls das gesamte Erdmagnetfeld ausgeglichen ist, erreicht das Gesamtfeld zu einem bestimmten Zeitpunkt den Wert Null, so dass die Zeeman-Aufspaltung aufgehoben wird. Wenn sich das B-Feld danach wieder aufbaut, kann der Pumpvorgang wieder einsetzen was zu einer Zunahme der Transparenz führt.

3.1.2 Einstrieren der Apparatur

Man justiert die Messapparatur so ein, dass der gemessene Photostrom maximal wird.

3.1.3 Messung der Resonanzfrequenz

Man messe die Resonanzfrequenz bei der induzierten Emission in Abhängigkeit der Flussdichte des Horizontalfeldes für beide Rubidium-Isotope, wobei man den Feldstrom zwischen -2 A und 2 A variiert.

3.1.4 Messung der Zwei-Quantenübergänge

Man versucht diverse Zwei-Quantenübergänge nachzuweisen, wobei man für diese Messung ein zweites Spulenpaar verwendet, das direkt auf die Dampfzelle aufgeklebt ist.

4 Auswertung

4.1 Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes

Beim Kompensieren der vertikalen Feldkomponente des Erdmagnetfeldes wurde eine Helmholtzspule mit folgenden Daten verwendet:

$$N = 20 \quad r = (21.2 \pm 0.1) \text{ cm} \quad I = (0.445 \pm 0.005) \text{ A} \quad (4.1)$$

N ist hierbei die Anzahl der Windungen, r der Radius und I der zum Kompensieren benötigten Stromstärke. Mit der nachfolgenden aus dem Biot-Savat-Gesetz hergeleiteter Formel lässt sich die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes berechnen:

$$B_{\text{Erde,vertikal}} = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{IN}{R} = (37.7 \pm 0.4) \mu\text{T} \quad (4.2)$$

Dies liegt innerhalb der in der Literatur angegebenen Grenzen von $25 \mu\text{T}$ bis $50 \mu\text{T}$.

4.2 Typisches Signalbild

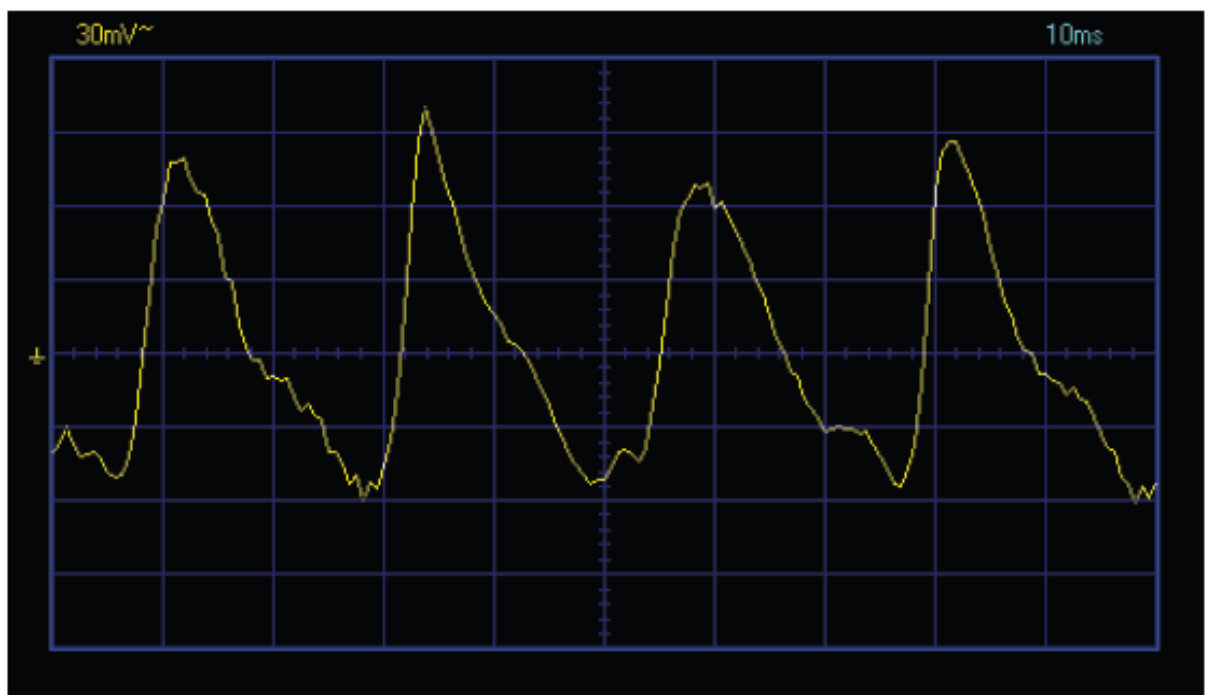


Abbildung 10: Typisches Spektrum eines Moleküls (nur quantitativ)

4.3 Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

In Tabelle 4.1 sind die Resonanzfrequenzen der beiden Rb-Isotope bei einem Feldstrom von $-2 A < I < 2 A$ aufgelistet. Für die Helmholtzpule sind folgende Werte verwendet worden:

$$N = 30 \quad r = (16.0 \pm 0.1) \text{ cm} \quad (4.3)$$

Diese lassen sich wie in Abbildung 4.2 darstellen.

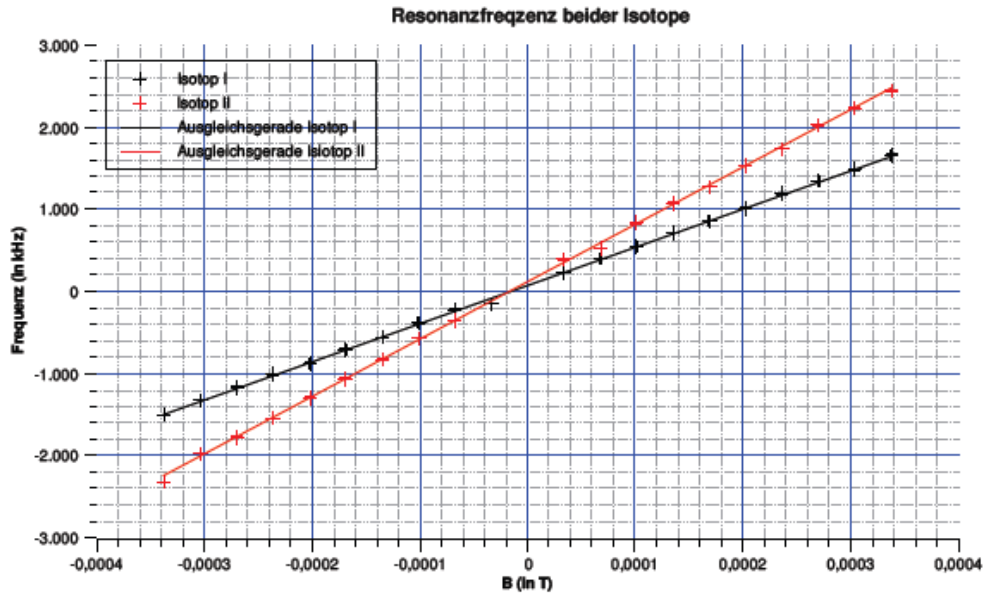


Abbildung 11: Typisches Spektrum eines Moleküls (nur quantitativ)

Die beiden Geraden lassen sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\nu_1 = (4.65 \pm 0.02) \frac{\text{kHz}}{\mu\text{T}} + (74 \pm 4) \text{ kHz} \quad (4.4)$$

$$\nu_2 = (6.99 \pm 0.03) \frac{\text{kHz}}{\mu\text{T}} + (109 \pm 7) \text{ kHz} \quad (4.5)$$

Die Nullstellen der Geraden bzw. deren statistischer Mittelwert stellen die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes dar:

$$B_1 = (16.1 \pm 0.9) \mu\text{T} \quad B_2 = (15.6 \pm 0.9) \mu\text{T} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow B_{\text{Erde, horizontal}} = (15.8 \pm 0.2) \mu\text{T} \quad (4.7)$$

Tabelle 1: Resonanzfrequenzen bei $-2A < I < 2A$

Strom (in A)	Feldstärke (in T)	$\nu_{Isoptop1}$ (in kHz)	$\nu_{Isoptop2}$ (in kHz)
2.000 ± 0.002	0.0003372 ± 0.0000003	1659 ± 5	2440 ± 5
1.800 ± 0.002	0.0003035 ± 0.0000003	1477 ± 5	2233 ± 5
1.600 ± 0.002	0.0002698 ± 0.0000003	1339 ± 5	2020 ± 5
1.400 ± 0.002	0.0002360 ± 0.0000003	1184 ± 5	1735 ± 5
1.200 ± 0.002	0.0002023 ± 0.0000003	1010 ± 5	1530 ± 5
1.000 ± 0.002	0.0001686 ± 0.0000003	855 ± 5	1273 ± 5
0.800 ± 0.002	0.0001349 ± 0.0000003	714 ± 5	1074 ± 5
0.600 ± 0.002	0.0001012 ± 0.0000003	542 ± 5	828 ± 5
0.400 ± 0.002	0.0000674 ± 0.0000003	404 ± 5	528 ± 5
0.200 ± 0.002	0.0000337 ± 0.0000003	234 ± 5	382 ± 5
-0.200 ± 0.002	-0.0000337 ± 0.0000003	-148 ± 5	überlagert
-0.400 ± 0.002	-0.0000674 ± 0.0000003	-227 ± 5	-358 ± 5
-0.600 ± 0.002	-0.0001012 ± 0.0000003	-393 ± 5	-574 ± 5
-0.800 ± 0.002	-0.0001349 ± 0.0000003	-563 ± 5	-828 ± 5
-1.000 ± 0.002	-0.0001686 ± 0.0000003	-706 ± 5	-1063 ± 5
-1.200 ± 0.002	-0.0002023 ± 0.0000003	-877 ± 5	-1294 ± 5
-1.400 ± 0.002	-0.0002360 ± 0.0000003	-1009 ± 5	-1544 ± 5
-1.600 ± 0.002	-0.0002698 ± 0.0000003	-1169 ± 5	-1774 ± 5
-1.800 ± 0.002	-0.0003035 ± 0.0000003	-1327 ± 5	-1975 ± 5
-2.000 ± 0.002	-0.0003372 ± 0.0000003	-1502 ± 5	-2323 ± 5

4.4 g_F -Faktoren

Aus der in Kapitel 4.3 berechneten Steigung lassen sich nun mit Formel (2.7) aus der Theorie die Landreschen g_F -Faktoren berechnen.

$$g_{F_1} = 0.33282 \pm 0.00001 \quad g_{F_2} = 0.49953 \pm 0.00002 \quad (4.8)$$

4.5 Kernspin der Rb-Isotope

Folgende Quantenzahlen sind bereits im Vorfeld festgelegt:

$$S = \frac{1}{2} \quad L = 0 \quad J = \frac{1}{2} \quad F = I \pm \frac{1}{2} \quad (4.9)$$

Wenn $F = I - \frac{1}{2}$ wäre, würde aufgrund von Gleichung (2.4) $I = \frac{1}{2}$ sein, was wiederum bedeuten würde, dass $F = 0$ wäre, es gäbe also keine Hyperfeinaufspaltung. Da wir aber grade diese Messen, muss $F = I + \frac{1}{2}$ sein. Eingesetzt in Formel (2.6) erhält man:

$$I = -1 + \frac{gJ}{4g_F} + \sqrt{\left(1 - \frac{gJ}{4g_F}\right)^2 - \left(1 - \frac{gJ}{g_F}\right)} \quad (4.10)$$

Mithilfe dieser Formel lässt sich nun der Kernspin beider Isotope berechnen:

$$I_1 = 2.5808 \pm 0.00001 \simeq \frac{5}{2} \quad I_2 = 1.50419 \pm 0.00001 \simeq \frac{3}{2} \quad (4.11)$$

Die gemessenen Werte entsprechen den Literaturwerten.

4.6 Untersuchung von Mehrfachübergängen

In Tabelle 4.2 werden alle gemessenen Mehrfachübergänge zugeordnet zu den entsprechenden n_1 bzw. n_2 . In Abschnitt 4.3 wurde eine Resonanzfrequenz von $\nu = (1659 \pm 5) \text{ kHz}$ gemessen,

Tabelle 2: Mehrfachübergänge

n_1	ν_1 (in kHz)	n_2	ν_2 (in kHz)	ν_{ges} (in kHz)
1	800 ± 5	1	833 ± 5	1633 ± 7
1	1144 ± 5	1	500 ± 5	1644 ± 7
1	1350 ± 5	1	292 ± 5	1642 ± 7
1	1350 ± 5	2	147 ± 5	1644 ± 11
1	1350 ± 5	3	97 ± 5	1641 ± 16
1	2000 ± 5	-1	367 ± 5	1633 ± 7
1	2000 ± 5	-2	184 ± 5	1632 ± 11
1	1850 ± 5	-1	223 ± 5	1627 ± 7
1	1850 ± 5	-2	110 ± 5	1630 ± 11
1	1000 ± 5	1	636 ± 5	1636 ± 7
1	1000 ± 5	2	317 ± 5	1634 ± 11

der Mittelwert der Mehrfachübergänge von $\nu = (1636 \pm 6) \text{ kHz}$.

4.7 Der quadratische Zeemann-Effekt

Der quadratische Zeemann-Effekt spielt bei den obigen Überlegungen keine Rolle, da er sich lediglich im Promillebereich der gemessenen Werte befindet. Im Versuch treten Feldstärken von maximal $340 \text{ } \nu T$ auf. Setzt man diesen Wert in die Formel für den Quadratischen Zeemanneffekt ein, so ergibt der quadratische Term Korrekturen in der Größenordnung von $10^{-30} J$. Dies ist um den Faktor 10^3 kleiner als der Beitrag des linearen Terms.

5 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist zu sagen, dass mit dem Versuch in recht hoher Präzision der Isospin der beiden Rb-Isotope messbar ist. Die einzige Auffälligkeit betrifft die Fehlerrechnung, die Fehler wirken ungewohnt klein, jedoch wurden Fehler durch die unpräzise Nord-Südausrichtung des Gerätes oder die Uneindeutigkeit der idealen Resonanzfrequenz ν nicht mit in die Fehlerrechnung einbezogen, da sie schwer in Zahlen auszudrücken sind und somit eher als systematische Fehler zu identifizieren sind. Selbige haben zur Folge, dass die Isospins aus Kapitel 4.5 nicht innerhalb der sehr kleinen Messunsicherheit liegen und der Mittelwert der Mehrfachübergänge nicht im Rahmen der Messunsicherheit mit dem einzeln gemessenen Wert übereinstimmt.

6 Literaturverzeichnis

[1] Siegfried Finke, Versuchsanleitungen zum Fortgeschrittenen-Praktikum

7 Anhang